



**Skaņkopa** ir skaņaugstumu apkopojums lielākā grupā (*collection*) – no divām līdz divpadsmit skaņām. Šajā grupēšanā netiek ņemta vērā skaņaugstumu piederība vertikālajai vai horizontālajai dimensijai. Proti, skaņkops var izpausties gan akordos, gan līnijās, gan jaukta tipa secībās, itin bieži tās tiek arī savstarpēji salīdzinātas. Noskaidrosim dažus konceptuālus skaņkopu teorijas aspektus jeb aksiomas, kuras būtu jāiepazīst pirms konkrētu piemēru analīzes.

1. Oktāvu līdzvērtība (*octave equivalency*) – analizējot mūziku ar skaņkopu teorijas palīdzību, reģistrs netiek ņemts vērā: piemēram, skaņas la pirmajā un otrajā oktāvā uztveramas kā konceptuāli līdzvērtīgas. Tās ir dažādas skaņas, bet viena un tā pati skaņaugstumu klase.
2. Enharmoniskā līdzvērtība (*enharmonic equivalency*) – izmantota tradicionālā pustoņu temperācija un netiek atšķirtas enharmoniski vienādas skaņas: piemēram, sibemol ir identisks ladiēz.
3. Skaņaugstumu klase (*pitch class*) – katram skaņaugstumam atbilst skaitlis, kuru sauc par klasi: do **0**, dodīēz **1**, re **2**, redīēz **3**, mi **4**, fa **5**, fadiēz **6**, sol **7**, soldiēz **8**, la **9**, ladiēz **10**, si **11**.

Eksistē arī analīzes veids, kurā 0. klase tiek piešķirta pirmajam analizējamajam augstumam, taču savos skaņkopu teorijas skaidrojumos šo versiju neizmantošu. Elens Forte (Forte, 1977) nodala divus skaņaugstuma pieraksta variantus – tradicionālo, kas veidojas uz līnijkopām (*staff*), un skaitlisko (*integer*).

#### 1. piemērs



4. Intervālu klase (*interval class*). Tā kā tiek ievērots oktāvu līdzvērtības princips un meklēts īsākais ceļš starp divām skaņaugstumu klasēm, nav arī atšķirību starp inversijā vienādiem intervāliem, respektīvi, apvērsumiem. Tādējādi skaņkopu teorijā lieto sešas intervālu klases, jo m 2 inversijā ir vienāda ar l 7, l 2 ar m 7 utt. Līdzīgi kā skaņaugstumi, intervālu klases tiek apzīmētas ar skaitļiem

- 1 (m 2, l 7)
- 2 (l 2, m 7)
- 3 (m 3, l 6)
- 4 (l 3, m 6)
- 5 (t 4, t 5)
- 6 (pl 4, pm 5)

5. Skaņaugstumu kopa (*pitch class set*) teorētiski ir vienas līdz divpadsmit skaņu apkopojums, taču praksē viens vai divi augstumi, kā arī divpadsmit skaņu rinda pašsaprotamu iemeslu dēļ ir ārpus skaņkopu teorijas interešu loka. Kopas var izkārtot pēc šādiem principiem:
- normālformā** (*normal form*) – iespējami šaurākais salikums: plašākajam intervālam jāatrodas starp pirmo un pēdējo skaņu, piemēram, kopas [2, 8, 10] normālforma būtu [8, 10, 2]. Dažkārt iespējami vairāki varianti elementu izkārtojumā; piemēram, [0, 5, 6] varētu izkārtot kā [0, 1, 6], jo abi šie ir varianti ir normālformā;
  - pirmformā** (*prime form*) – normālformas izklāsts no 0 (skaņas do); piemēram, [8, 10, 2] pirmformā būtu [0, 2, 6]. Cits piemērs: pirmforma no [0, 5, 6] būtu [0, 1, 6]. Šis piemērs ir t. s. **Fortes pirmforma**, kuras ietvaros par identiskām uzskata parasto un inversijas formu. Katrai skaņkopai jāsameklē tās inversija, abas skaņkopas tiek savstarpēji salīdzinātas, un kā pirmforma izraudzīta tā, kurai ir šaurāki intervāli kopas sākumā. Fortes ideja par pirmformas un inversijas konceptuālu līdzvērtību ir raisījusi vienu no asākajām polemikām skaņkopu teorijas sakarā. Starp būtiskākajām šīs pieejas radītajām problēmām var minēt, piemēram, to, ka mažora un minora trijskanis atbilstoši Fortes teorijas principiem ir vienādas skaņkopas, jo [0, 4, 7] (intervāli 4, 3) inversijā kļūst par [0, 3, 7] (intervāli 3, 4).
6. Attiecībā uz skaņaugstumu klašu izkārtojumu jānodala *secības* (*ordered*) un *neseccības* (*unordered*) skaņkopas. Lai salīdzinātu dažādu skaņkopu savstarpējās attiecības, elementu izkārtojuma secība atsevišķos gadījumos var būt ļoti svarīga. Tādēļ ir jābūt iespējai atgriezties pie sākotnējās secības – t. s. **normālseccības**. Skaņkopas elementu pārvietošanu dēvē par **permutāciju**, savukārt iespējamās permutāciju daudzumus apzīmē kā **n-faktoru** (eksistē arī citi termini un likumi, kas skar skaņkopu elementu izkārtojumu, taču šī raksta ietvaros analizētajam materiālam pietiks ar iepriekšminētajām aksiomām).
7. Intervāliskais vektors (*interval vector*) norāda uz katras intervālu klases klātesamību konkrētā skaņkopā. Lai to noskaidrotu, nepieciešams precizēt intervālus starp visām kopas skaņaugstuma klasēm. Piemēram, kopā [0, 1, 5, 7] intervāliskais vektors tiek aprēķināts šādi:
- intervālu klases no 0 – vektors ir 1, 5, 5 (jo  $7=5$ );
  - intervālu klases no 1 – vektors ir 4, 6 (intervāls starp 0 un 1 jau ietverts, aprēķinot intervālus no 0);
  - intervālu klases no 5 – vektors ir 2.

Summējot šo informāciju, konstatējam, ka

- intervālu klase (turpmāk i. k.) 1 (m 2, l 7) šajā kopā ir reprezentēta vienreiz,
- i. k. 2 (l 2, m 7) vienreiz,
- i. k. 3 (m 3, l 6) nav reprezentēta,
- i. k. 4 (l 3, m 6) vienreiz,
- i. k. 5 (t 4, t 5) divreiz,
- i. k. 6 (pm 5) arī vienreiz.

Intervāliskais vektors skaņkopai [0, 1, 5, 7] tādad ir <110121>.

Elens Forte piedāvā īpašu formulu, lai noteiktu intervālu daudzumu skaņkopā:

<b>Pamatskaitlis</b> (skaņu skaits skaņkopā)	<b>Intervālu skaits</b>
1	0
2	0+1
3	0+1+2
4	0+1+2+3
5	0+1+2+3+4 utt.

Kopējo intervālu daudzumu skaņkopā var aprēķināt ar formulu  $(x^2-x):2$ , kurā  $x$  ir skaņu skaits skaņkopā.

8. Elens Forte izveidojis visu iespējamo skaņkopu tabulu un pievienojis katrai no tām numuru, ko veido divi skaitļi: pirmais jeb pamatskaitlis (*cardinal*) norāda uz skaņu skaitu skaņkopā; otrais jeb kārtas skaitlis (*ordinal*) – uz skaņkopas pirmformas vietu visu skaņkopu sarakstā.

## 2. Skaņkopu attiecības un transformācijas

Iepriekšējā sadaļā tika skaidrotas skaņkopu teorijas pamataksiomas un atsevišķas skaņkopas iekšējās uzbūves principi. Savukārt šajā rubrikā pievērsīsimies transformāciju un dažādu skaņkopu attiecību problēmikai. Tuvākā radniecībā ir inversijas veidā un transpozicionāli saistītas skaņkopas.

### Transpozīcija

Par transpozicionāli saistītām skaņkopām sauc tās, kuru normālformas savstarpēji ir transpozīcijas attiecībās, tādējādi to pirmformas ir vienādas. Transpozicionāla vienādība starp skaņkopām tiek apzīmētas šādi (pieņemot, ka divas salīdzināmās skaņkopas pierakstītas kā A un B):  $B=T(A, ?)$  ? – transpozīcijas klase. Lai apzīmētu transpozīcijas indeksu, izmantojami tikai pozitīvie skaitļi: piemēram, transpozīcija l 2 lejup tiks apzīmēta ar skaitli 10 (kā m 7 augšup).

## 2. piemērs

A [7, 6, 0, 8, 2], normālforma un pirmforma [0, 2, 6, 7, 8]

B [4, 11, 9, 3, 5], normālforma [9, 11, 3, 4, 5], pirmforma [0, 2, 6, 7, 8]

A = B [T, 9]

## Inversija

Par inversijas veidā saistītām skaņkopām sauc tās, kuru pirmformas ir apvērstā veidā identiskas viena otrai. Inversijas veidā saistītas (un netransponētas) skaņkopas tiek apzīmētas kā  $B=I(A)$ .

Biežāk sastopama vienlaicīga inversijas un transpozīcijas attiecība pret oriģinālo skaņkopu. Transpozīcijas intervālu starp divām inversijā un transpozīcijā saistītām skaņkopām nosaka šādi – inversijā savstarpēji saistītās skaņaugstumu klases tiek summētas viena ar otru. Ja šo skaitļu summa pārsniedz 11, tad jāievēro pielīdzināšanas princips –  $12=0$ ,  $13=1$ ,  $14=2$  utt.

## 3. piemērs

A [0, 2, 5, 7, 8]

B [1, 2, 4, 7, 9]

B = T [I(A), 9]

## Z-attiecības (Z-relations)

Tās ir attiecības starp dažādām skaņkopām, kurām ir vienāds intervāliskais vektors, bet nav inversijas vai transpozīcijas attiecību vienai ar otru. Analizējot 20. gadsimta klasiķu Čārlza Aivsa un Antona Vēberna skaņdarbus, Forte secina, ka šādā veidā saistītas skaņkopas ir iekšēji radniecīgas un bieži tiek izmantotas funkcionāli līdzīgās skaņdarba vietās. Kopumā Z-attiecības aptver 19 skaņkopu pārus:

- vienu četrskauņu pāri – 4-Z15 [0, 1, 4, 6] un 4-Z29 [0, 1, 3, 7]: abas šīs skaņkopas iekļauj visus intervālus <111111>,
- trīs piecskaņu pārus,
- divpadsmit sešskaņu pārus.

Šveices komponists Hanspēters Kiburcs skaņdarbā *Cells* harmoniju balsta uz abām četrskauņu kopām:

## 4. piemērs

4 - Z15 [0, 1, 4, 6]

4 - Z29 [0, 1, 3, 7]

## Invariantu jēdziens

Invarianti ir dažādām skaņkopām kopīgās skaņaugstumu klases. Neatkarīgi no tā, vai nākošā skaņkopa ir transpozīcijas vai inversijas attiecībās ar iepriekšējo, vai tai ir pilnīgi cita intervāliskā struktūra, tieši invarianti palīdz radīt kontinuitāti, harmoniskās attīstības dabisku plūdumu.

Jaunākajā mūzikā (Lindbergs, Kiburcs) invarianti ļoti bieži izmantoti analogiski akorda pielīdzināšanai modulācijas procesā klasiskajā harmonijā: kopīgās skaņas, vienojot divas skaņkopas, funkcionāli maina savu vietu tajās.

### 5. piemērs

A [0, 2, 5, 7, 8]      B [5, 7, 10, 0, 1]

invarianti 0, 5, 7

## Subkopas un superkopas

Šo terminu pamatā ir *ietvēruma attiecības* – subkopa ir lielākas kopas sastāvdaļa, un otrādi: lielāko kopu (attiecībā pret kādu mazāku) dēvē par superkopu. Subkopu un superkopu mijiedarbe var gūt ļoti svarīgu nozīmi mūzikas attīstības un variēšanas procesā.

Runājot par Antona Vēberna pirmo miniatūru no Pieciem skaņdarbiem stīgu kvartetam op. 5, Elens Forte atzīmē vairākas materiāla harmonisko identitāti veidojošas skaņkopas – tetrahordus 4-7 [0, 1, 4, 5] un 4-3 [0, 1, 3, 4] un heksakordu 6-Z13 [0, 1, 3, 4, 6, 7] (4-3 ir 6-Z13 subkopa). Interesanti, ka šīs skaņkopas Vēberna kompozīcijā ir skaņaugstumu resurss gan galvenajai, gan blakus partijai.

6. piemērs (Antons Vēberns: Pieci skaņdarbi op. 5 nr. 1; ievads un galvenās partijas sākums)

Heflig Bewegt Tempo I (♩ = ca 100)

Violin I: pizz., col legno, arco, ff, f

Violin II: col legno, pizz., ff, f

Viola: pizz., col legno, pizz., ff, f

Violoncello: col legno, ff, ff, f

Viena no skaņkopām, 4-7 [0, 1, 3, 4], vertikāli sadalīta starp balsīm jau ievadā (1. takts un 2. takts pirmā ceturtdaļa) pirms galvenās tēmas iestāšanās, savukārt tās transponētais variants [3, 4, 7, 8] izklāstīts pirmās vijoles spēlētās tēmas melodiskajā līnijā no otrās skaņas (2. takts otrā un trešā ceturtdaļa). 6-Z13 veidojas starp melodijas septiņām skaņām, izlaižot soldīez.

Galvenajā partijā abas skaņkopas ir ieslēptas vijoles spēlētājā melodiskajā līnijā, turpretī blakuspartijā tās ir sadalītas pa balsīm – 4-7 altam un 4-3 čellam. Interesanti, ka skaņkopa 4-7 ir tajā pašā transpozīcijā, kāda tā bija galvenajā tēmā.

7. piemērs (Antons Vēberns: Pieci skaņdarbi op. 5 nr. 1: blakus partijas sākums)

Etwas ruhiger Tempo II (♩ = ca 88)

Hanspētera Kiburca skaņdarbā *Cells* skaņkopas izmantotas, lai nodrošinātu komponista izstrādāto skaņu lauku (parasti desmit, vienpadsmit skaņu) iekšējās motīvu sakarības. Aprobežojšanās tikai ar divām skaņkopām, 4-Z15 [0, 1, 4, 6] un 4-Z29 [0, 1, 3, 7], piešķir skaniskajam materiālam integritāti; šīs skaņkopas funkcionē drīzāk kā strukturāla *saistviela*, nekā analītiski, ar dzirdi uztveramas harmoniskās vienības.

Varētu rasties jautājums: ja plašāku harmonisko lauku (desmit, vienpadsmit skaņas) konstruē no četrskāņu skaņkopām, ar ko šī koncepcija fundamentāli atšķiras no Vēberna sēriju konstrukcijām, kurās transponēti trīs, četru vai sešu skaņu segmenti aizpilda divpadsmit skaņu lauku? Arī tie būtībā ir perfekti savietojami ar skaņkopu ideju. Atbildi sniedz mūzikas valodas konteksts – Vēbernam sērija visbiežāk izklāstīta kā melodija, nereti polifonā kontrapunktā ar citu šīs melodijas variantu (inversija, vēžveids, vēžveida inversija) pārējās balsīs. Kiburca mūzikā skaņkopas dzirdamas daudz smalkākā, netveramā, teju molekulārā līmenī un visdažādākajos kontekstos – vertikāli sadalītas starp dažādām balsīm, ļoti ātrās pasāžās, netiek ievērots arī sērijtehnikai raksturīgais vienas skaņas neatkārtošāns princips, itin bieži tas pats skaņaugstums dzirdams pat dažādās oktāvās, kas būtu tabu ortodoksālajā sērijtehnikā. Īpaši tiek uzsvērtas invariantu attiecības starp skaņkopām – ļoti bieži kopējā skaņa starp divām skaņkopām kļūst par savienojuma līdzekli.

### 8. piemērs (Hanspēters Kiburcs, *Cells*)

The musical score for Hanspēters Kiburcs' *Cells* is presented in a standard orchestral layout. The instruments and their parts are as follows:

- Flute (Fl):** Starts with a trill (tr) and a *pp* dynamic. Later, it plays a *leggiero* passage with dynamics ranging from *ppp* to *p* to *ppp*.
- Oboe (Ob):** Plays a *pp* to *mf* passage, followed by a *mf* to *pp* to *mf* passage.
- Clarinet in Bb (Cl in Bb):** Plays a *mf* to *mp* passage.
- Saxophone (Sax):** Plays a *leggiero* passage with dynamics from *ppp* to *p* to *ppp*.
- Musical Record (Mar):** Plays a *mf* passage with the instruction "mittel (Klangfarbe der Klarinette anpassen)".
- Piano (Pno):** Plays a *ppp* passage with the instruction "mit Filzschlägel auf Saiten".
- Double Bass (Dob):** Plays a *ppp* passage.
- Violin (Vln):** Starts with *ord.* and *ppp*, then plays a *spitze* passage with dynamics from *pp* to *mf* to *mf* to *pp* to *mf* to *pp* to *mf* to *sf*.
- Viola (Vla):** Plays a *sf* passage.
- Violoncello (Vc):** Plays a *sul D* passage, then *ord.* with a *mp* dynamic.
- Double Bass (Cb):** Plays a *mp* passage.



Aplūkosim sīkāk nelielu piemēru, kas aptver partitūras 7. un 8. takti: tās izraudzītas, jo sniedz lielisku analītisko skaidrību un spilgti atklāj Kiburcam tuvo stratēģiju. Šajās taktīs dzirdami daudzi divu iepriekš minēto skaņkopu varianti, apskatīsim dažus no tiem:

- 7. taktī vijoles partijā tremolo fa-la un alta partijā figūras si-fa, pēc tam do-fa izveido skaņkopu 4-Z29, TI=0;
- divi vienādi skaņkopas 4-Z29 varianti (TI=11) veidojas, apvienojot klavieru figūras pirmās divās skaņas (si-soldiēz) un obojas figūras pirmās divas skaņas (mi-ladiēz), kā arī skaņas si-ladiēz-soldiēz vijoles figūrā (7. takts pēdējā ceturtdaļa) un kontrabasa flažoletu mi;
- visa klavieru partija balstās uz skaņkopu miju, izmantojot invariantus. Tā sākas ar 4-Z15, T=7 – sol-soldiēz-si-dodiēz; malējās skaņas (sol-dodiēz) kļūst par invariantiem TI=1 – sol-la-do-dodiēz, savukārt vidējās skaņas la-do ir invarianti 4-Z29 transpozīcijai T=9 (la, sibemol, do, mi). Arī figūra 8. takts otrajā ceturtdaļā ir balstīta uz šo pašu principu: si-mibemol-fa-fafadiēz (4-Z29, TI=6), izmantojot invariantus fa-si, pārtop skaņkopā fa-la-si-do (4-Z29 TI=0);
- 7. taktī obojas figūras skaņas fa-sol apvienojumā ar vijoles figūras skaņām si-ladiēz veido skaņkopas 4-Z15 variantu TI=10; izmantojot invariantus sol-ladiēz savienojumā ar obojas figūras pēdējām divām skaņām fadiēz-do, šis izklāsts pāraug transpozīcijā T=6;
- 7.-8. takts mijā klavierpartijas skaņas do-sibemol-mi apvienojas ar marimbas mibemol – 4-Z15, TI=10;
- 8. takts pirmās ceturtdaļas ietvaros starp dažādām līnijām veidojas 4-Z15, TI=5: rebemol-fa – alta figūrā, mi – klavieru partijā un si – klarnetei, turpmāk šo pašu variantu iezīmē klarnetes līnija si-dodiēz-mi kopā ar saksofona figūras pirmo skaņu fa. Atgriežoties pie 8. takts pirmās ceturtdaļas, alta rebemol un klavieru mi savienojumā ar marimbas mibemol un la veido 4Z-29, TI=4.

Harmonisko struktūru intervāliskā sastāva identificēšana un salīdzināšana ir, manuprāt, vienīgais samērā objektīvais nefunkcionālās harmonijas analīzes veids. Īpaši piemērots tas ir seriālās un postseriālās kombinatorikas analīzei. Iedomāsimies divus mūzikas objektus: sešskaņu kompleksu mibemol-la-do-si-mi-rebemol un citu – fadiēz-mibemol-la-fa-sol-sibemol. Rūpīgi izpētot tos, varam secināt, ka otrs komplekss ir tritona transpozīcijā attiecībā pret pirmo ar permutētu elementu secību 321456. Šo divu objektu attiecības no pirmā acu uzmetiena nav skaidras pat pieredzējušam analītiķim. Visvienkāršākais veids, kā tās identificēt – salikt šos kompleksus iespējami šaurākajā salikumā; tā iegūstam la-si-do-rebemol-mibemol-mi un mibemol-fa-fadiēz-sol-la-sibemol. Secinām, ka šie kompleksi ir vienādi un otrais atrodas tritona transpozīcijas attiecībā ar pirmo.

Analizējot atonālo mūziku ar skaņkopu teorijas palīdzību, nemeklēsim nekādus matemātiskus pierādījumus. Šīs teorijas izmantojums tikai palīdz izprast dažādu harmonijas elementu saiknes un likumsakarības. Līdzīgi kā klasiskā harmonija atklāj strukturālo karkasu, bet neskaidro mūziku visos tās aspektos, skaņkopu teorija ir tikai harmonisko attiecību skaidrojums. Atonālā mūzika nav tonalitātes paplašinājums līdz funkcionalitātes izzušanai. Tā ir jauna mūzikas valoda ar jaunām, dažkārt ļoti smalkām un tikko manāmām saitēm. Protams, arī vēsturiska kontekstualizēšana var būt noderīga, lai izprastu noteikta tipa harmoniju lietojuma evolūciju; tomēr tā diez vai palīdzēs apjaust atonālās mūzikas saskaņu savstarpējo saikni, motīvu likumsakarības utt.

Rezumējot izklāstīto, jāatzīst, ka skaņkopu teorija nav pazīstama mūsu vidē, bet pasaulē tiek visai plaši izmantota. Tai pievēršas daudzi 20. gadsimta mūzikas analītisko pētījumu autori. Tāpēc arī šķīta būtiski iepazīstināt ar skaņkopu teorijas pamatprincipiem un parādīt, kā tie izpaužas dažādu 20. gadsimta sākuma un beigu posma mūzikas piemēru kontekstā.

## THE MAIN PRINCIPLES OF THE SET THEORY

169

**Rolands Kronlaks**

### Summary

Translated by Ieva Masļenčenko

The musical set theory is a concept used for the characterization of the musical objects and their relationships. Not only is the set theory popular as a whole but also its separate elements, aspects and terms. Many of the basic axioms – sound set, intervallic vector, etc. – have been rooted in the western music theory so fundamentally, that are being used without special explanations and references to sound set theory as the first source.

In the course of the article the historical development of the theory and its main developer Allen Forte is mentioned, whose work *The Structures of Atonal Music* (1977) is the most famous research of musical set theory. Today the set theory is used not only as a concept of musical analysis but also as an instrument for composing music. Several leading contemporary music composers – Magnus Lindberg, Hanspeter Kyburz and others – use the principles of the set theory in order to organize the parameters of harmony of their compositions.

The first chapter is dedicated to the exposition of the essence of the musical set theory, the inner construction of the sets, and different axioms – e.g., the equality of octaves, pitch-classes, classes of intervals, intervallic vector and others.

It is basic knowledge without which it is impossible to understand the analyses carried out with the help of the set theory. The second chapter is dedicated to relations between the sets – transposition, inversion, Z-relations, invariants and other. It is followed by example from Five Movements for String Quartet op. 5 by Anton Webern. In the first subject from the first composition of this cycle, the second subject and stages of development, three pitch-class sets are dominating and defining the harmonic identity. In the example from the composition *Cells* by Hanspeter Kyburz a different attitude can be heard/seen as the harmonic material is deliberately created basing on usage of two pitch-class sets, which secure the connections of inner motifs of the sound field (usually 10, 11 sounds) worked out by the composer.

Summing it all, we come to the conclusion that usage of this theory helps to comprehend the connection and regularity of different harmonic elements. Similarly to the way how the classical harmony gives structural framework but does not explain music in all its aspects, also the musical set theory basically gives the idea of harmonic construction of the compositions. The idea of the musical set theory and the application of this theory in analysis of atonal music reveal the essence of organization of the sound pitch much better than traditional harmonic analysis.

### **Literatūra**

Forte, Allen. *The Atonal Music of Anton Webern*. New Haven and London: Yale University Press, 1998

Forte, Allen. *The Structure of Atonal Music*. New Haven and London: Yale University Press, 1977

Hanson, Howard. *Harmonic Materials of Modern Music: Resources of Tempered Scale*. New York: Appleton-Century-Crofts, 1960

Lewin, David. *Generalized Musical Intervals and Transformations*. New Haven: Yale University Press, 1987. Reprinted, New York: Oxford University Press, 2007